BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

MODEL 3

WWW.MATEINFO.RO

Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_1=1, r=2, n=10$ în progresie aritmetică $S_{10}=\frac{(a_1+a_{10})\cdot 10}{2}=100$, $a_{10}=x$ $\frac{(1+x)10}{2}=100$, $x=19$	3p 2p
2.	$A(0,3)\in G_f \Leftrightarrow f(0)=3 \Leftrightarrow b=3$ $-\frac{a}{2}=1 \Leftrightarrow a=-2$ $\Rightarrow f(x)=x^2-2x+3$	2p 2p 1p
3.	$\mathrm{CE}: x^2-2x>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty,0)\cup(2,\infty)$ $x^2-2x-3=0$ $x_1=-1,\ x_2=3 \overset{\mathrm{CE}}{\Rightarrow} S=\{-1,3\}$	1p 2p 2p
4.	$C_{10}^3=$ $=120$	3p 2p
5.	$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN}=$ $=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=$ $=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\left(-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=$ $=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$	1p 2p 1p 1p

6.	$\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha =$ $=\left(\frac{5}{13}\right)^2$ $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow\cos\alpha<0$ $\Rightarrow\cos\alpha=-\frac{5}{13}$	1p 1p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$Det(A)=\begin{vmatrix}3 & 1 & -2\\ 1 & 1 & -a\\ 1 & 3 & -2\end{vmatrix}=8a-8$ Pentru $a=1\Rightarrow Det(A)=0\Rightarrow rang(A)=2$ Pentru $a\neq 1\Rightarrow Det(A)\neq 0\Rightarrow rang(A)=3$	**2p** **1p** **2p**
b)	Pentru $a=1\Rightarrow Det(A)=0\Rightarrow$ S compatibil simplu nedeterminat, $z=\alpha\in\mathbb{R}$ $S':\begin{cases}3x+y=2\alpha\\ x+y=\alpha\end{cases}$ $D_p=2\neq 0$ $d_x=\alpha\Rightarrow x=\frac{\alpha}{2},\quad d_y=\alpha\Rightarrow y=\frac{\alpha}{2}$ $S=\left\{\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{2},\alpha\right\},\quad \alpha\in\mathbb{R}$	**1p** **1p** **2p** **1p**

c)	$x_0^3+y_0^2-z_0=0\Rightarrow\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3+\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2-\alpha=0$ $\alpha\left(\alpha^2+2\alpha-8\right)=0\Rightarrow\begin{cases}\alpha_1=0\\\alpha_2=2\\\alpha_3=-4\end{cases}$ Pentru $\alpha=0\Rightarrow S=\{0,0,0\}$ soluţia banală Pentru $\alpha=2\Rightarrow S=\{1,1,2\}$ Pentru $\alpha=-4\Rightarrow S=\{-2,-2,-4\}$	**1p** **2p** **2p**
2. a)	$\begin{cases}f(1)=0\\f(-1)=-4\end{cases}\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=0\\a-b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$	2p 3p
b)	Relaţiile lui Viette $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{s_2}{s_3}=1$ $x_1^2+x_2^2+x_3^2=a^2-2$ $a^2-2=1\Leftrightarrow a_{1,2}=\pm\sqrt{3}$	2p 1p 1p 1p
c)	$\Delta=s_1\left[s_2-\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)\right]=$ $=1(1+1)=2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	Asimptota oblică are ecuaţia $y=mx+n,\ m\neq 0$ $m=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=1$ $n=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)=mx\right]=1$	1p 2p 1p 1p

	$y=x+1$	
b)	$f'(x)=\dfrac{x^2+6x+8}{(x+3)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x^2+6x+8=0\Rightarrow\begin{cases}x_1=-4\\x_2=-2\end{cases}$ Din tabloul de variaţie al funcţiei rezultă că x_1,x_2 sunt puncte de extrem	2p 1p 2p
c)	$L=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)^x=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+4x+4}{x^2+3x}\right)^x$ caz exceptat 1^∞ $L=e^l=e^1=e$ $l=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+4x}{x^2+3x}=1$	1p 3p 1p
2. a)	$I_0=\int_0^1\sqrt{1-x}dx$. Subst. $\sqrt{1-x}=t\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$; $dx=-2\sqrt{1-x}dt$ $\Rightarrow$ $I_0=2\int_0^1 t^2dt=\dfrac{2}{3}$ $I_1=\int_0^1 x\sqrt{1-x}dx=2\int_0^1\left(t^2-t^4\right)dt=\dfrac{4}{15}$	3p 2p
b)	Se aplică metoda integrării prin părţi $I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x}dx=\dfrac{2n}{3}\int_0^1 x^{n-1}\sqrt{1-x}dx-\dfrac{2n}{3}\int_0^1 x^n\sqrt{1-x}dx$ $I_n=\dfrac{2n}{3}I_{n-1}-\dfrac{2n}{3}I_n$ $I_n\left(1+\dfrac{2n}{3}\right)=\dfrac{2n}{3}I_{n-1}\Rightarrow I_n=\dfrac{2n}{2n+3}I_{n-1}$	1p 2p 1p 1p
c)	$I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}\sqrt{1-x}dx$ $\forall x\in[0,1]\Rightarrow x^{n+1}\le x^n$ şi cum $0\le 1-x\le 1\Rightarrow x^{n+1}\sqrt{1-x}\le x^n\sqrt{1-x}$	1p 2p

	Deci $\int_0^1 x^{n+1}\sqrt{1-x}dx \le \int_0^1 x^n\sqrt{1-x}dx \Rightarrow I_{n+1} \le I_n \Rightarrow (I_n)_{n\ge 0}$ descrescător	2p